工2023A1/31数学

（令和５年度）

工　学　部

入　学　試　験　問　題

Ａ日程１月31日

数　　学

注　意　事　項

1．試験監督者の指示があるまで，問題冊子を開かないこと。

2．問題冊子に落丁，乱丁があった場合は，試験監督者に申し出ること。

3．試験監督者の指示に従って，解答用紙の受験番号欄に受験番号を記入し，その下のマーク欄にもマークすること。

4．受験番号が正しくマークされていない場合は，採点できないことがある。

5．マーク方式の解答方法は，下の『**解答上の注意**』と裏表紙の『**問題選択に関する注意**』をよく読むこと。

6．試験終了後，問題冊子は持ち帰ること。

解答上の注意

マーク方式での解答例

問題文中の $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などの $\boxed{}$ には，特に指示のない限り，数字または符号（－，±）が入る。これらを次の方法で解答用紙の指定欄に解答すること。

① **ア**，**イ**，**ウ**，……の一つ一つは，それぞれ０から９までの数字，または，－，±のいずれか一つに対応する。それらを**ア**，**イ**，**ウ**，……で示された解答欄にマークする。

〔例〕 $\boxed{\text{アイ}}$ に－８と答えたいとき

ア	●	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	－	±	0	1	2	3	4	5	6	7	●	9

② 分数形で解答が求められているときは，既約分数で答える。符号は分子につけ，分母につけてはならない。

〔例〕 $\dfrac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいとき

ウ	●	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
エ	－	±	0	1	2	3	●	5	6	7	8	9
オ	－	±	0	1	2	3	4	●	6	7	8	9

数　学

次の $\boxed{}$ にあてはまるものを解答欄にマークせよ。

必答問題

1.

(1)　30 と自然数 n の最大公約数が 3，最小公倍数が 210 のとき，$n =$ $\boxed{\text{アイ}}$ である。

(2)　数列 $\{a_n\}$ の各項から定数 x を引いたもので新たに数列 $\{b_n\}$ を作ったところ，数列 $\{b_n\}$ は公比 3 の等比数列となった。$a_4 = 33$，$a_5 = 87$ のとき，定数 $x =$ $\boxed{\text{ウ}}$ であり，$a_1 =$ $\boxed{\text{エ}}$ である。

また，数列 $\{a_n\}$ の第 7 項までの和は

$$\sum_{k=1}^{7} a_k = \boxed{\text{オカキク}}$$

である。

(3)　$x = \dfrac{5+\sqrt{7}}{2}$，$y = \dfrac{5-\sqrt{7}}{2}$ のとき，$x^2 + y^2 =$ $\boxed{\text{ケコ}}$ である。

(4)　$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，関数 $y = 2\cos 2\theta + 4\sin\theta + 5$ の最大値は $\boxed{\text{サ}}$，最小値は $\boxed{\text{シス}}$ である。

必答問題

2.　4 辺の長さの和が 48 である長方形がある。この長方形の対角線の長さ l の最小値を求めたい。

直線を挟む 2 辺のうち一方の長さを x とすると，他方の長さは

$$\boxed{\text{セソ}} - x$$

で表され，この x の範囲は

$$\boxed{\text{タ}} < x < \boxed{\text{セソ}}$$

となる。

また，三平方の定理より対角線の長さ l は，

$$l^2 = \boxed{\text{チ}}\left(x - \boxed{\text{ツテ}}\right)^2 + \boxed{\text{トナニ}}$$

となり，この l^2 は

$x = \boxed{\text{ツテ}}$ のときに，最小値 $\boxed{\text{トナニ}}$

となる。

したがって，対角線の長さ l の最小値は

$$l = \boxed{\text{ヌネ}}\sqrt{\boxed{\text{ノ}}}$$

となる。

（次の頁に問題が続きます）

必答問題

3． 対数関数 $y=(\log_2 2x)(\log_{\frac{1}{4}} x)$ について，以下の問いに答えよ。

(1) 対数関数 y を変形すると，

$$y=\frac{\boxed{ハヒ}}{\boxed{フ}}(1+\log_2 x)(\log_2 x)$$

と表すことができる。

(2) $\log_2 x = t$ とおくと，対数関数 y は

$$y=-\frac{1}{2}\left(t+\frac{\boxed{ヘ}}{\boxed{ホ}}\right)^2+\frac{\boxed{マ}}{\boxed{ミ}}$$

と表すことができるので，$t=-\dfrac{\boxed{ヘ}}{\boxed{ホ}}$ のとき，最大値 $\dfrac{\boxed{マ}}{\boxed{ミ}}$ をとる。

(3) 対数関数 y が最大値 $\dfrac{\boxed{マ}}{\boxed{ミ}}$ をとるのは，$x=\dfrac{\sqrt{\boxed{ム}}}{\boxed{メ}}$ のときである。

選択問題

選択問題１は数学Ⅲ，選択問題２は数学Ⅲ以外の範囲の出題である。どちらかの問題を選択し，マークシート右上の記入欄に選択した問題の番号を記入した上で，その番号をマークすること。

選択問題１． xy 平面において，曲線 C_1，C_2 が媒介変数 t を用いて以下の通り表されている。

$$\mathrm{C}_1:\begin{cases} x = t^2 + 2 \\ y = 6t \end{cases}$$

$$\mathrm{C}_2:\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t} \\ y = 2\left(t - \dfrac{1}{t}\right) \end{cases}$$

このとき，

(1) 曲線 C_1，C_2 を x，y の式で表すと，C_1 は

$$y^{\boxed{\text{モ}}} = \boxed{\text{ヤユ}}\left(x - \boxed{\text{ヨ}}\right)$$

C_2 は

$$y^{\boxed{\text{ラ}}} = \boxed{\text{リ}}\left(x^{\boxed{\text{ル}}} - \boxed{\text{レ}}\right)$$

となる。

(2) 曲線 C_1，C_2 は，$x = \boxed{\text{ロ}}$ で交差する。

(3) 曲線 C_1 と直線 $x = \boxed{\text{ロ}}$ で囲まれる部分の面積 S は $\boxed{\text{ワン}}\sqrt{\boxed{\text{あ}}}$ である。

選択問題２.

2 つの円 $P_1 : x^2+y^2=4$，$P_2 : (x-a)^2+y^2=36$ の共通接線について考えるとき，以下の問いに答えよ。ただし，円 P_1 の中心点を O_1，円 P_2 の中心点を O_2，$a>0$ とする。

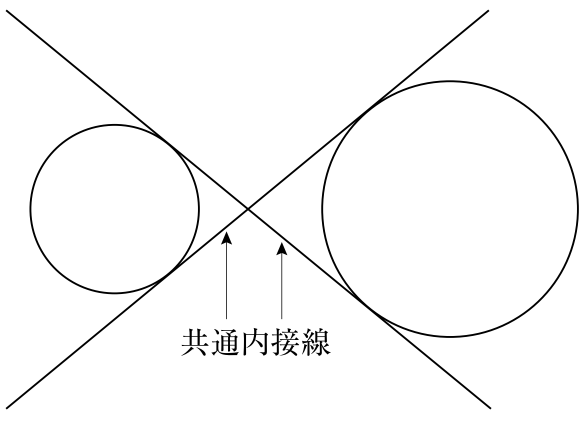
(1) 共通接線が存在するための条件は，$a \geqq$ $\boxed{\text{モ}}$ である。

共通接線が 1 本である場合，$a=$ $\boxed{\text{モ}}$ であることから，その接線の方程式は $x=$ $\boxed{\text{ヤユ}}$ となる。

(2) 共通接線が 3 本になるための条件は，$a=$ $\boxed{\text{ヨ}}$ である。

共通接線の中で傾きが正であるものと円 P_1 の接点を A，円 P_2 の接点を B とすると，線分 AB の長さは $\boxed{\text{ラ}}\sqrt{\boxed{\text{リ}}}$ となり，$\angle AO_1O_2$ は $\boxed{\text{ルレロ}}^\circ$ となる。

(3) $a=10$ の場合を考える。このときの共通接線は $\boxed{\text{ワ}}$ 本となり，共通内接線は $\boxed{\text{ン}}$ 本である。共通内接線の中で傾きが正であるものと円 P_1 の接点を C，円 P_2 の接点を D とすると，線分 CD の長さは $\boxed{\text{あ}}$ となる。



(以　上)

（計　算　用　紙）

問 題 選 択 に 関 す る 注 意

<table>
<tr><th>問題</th><th>必答・選択</th></tr>
<tr><td>1</td><td>必答</td></tr>
<tr><td>2</td><td>必答</td></tr>
<tr><td>3</td><td>必答</td></tr>
<tr><td>選択1（数学Ⅲ）</td><td rowspan="2">いずれか1問を選択</td></tr>
<tr><td>選択2（数学Ⅲ以外）</td></tr>
</table>

マークシート右上の記入欄に選択した問題の番号を記入し，その番号をマークすること。